**容斥原理**

专题简析：

容斥问题涉及到一个重要原理——包含与排除原理，也叫容斥原理。即当两个计数部分有重复包含时，为了不重复计数，应从它们的和中排除重复部分。

容斥原理：对n个事物，如果采用不同的分类标准，按性质a分类与性质b分类（如图），那么具有性质a或性质b的事物的个数=Na＋Nb－Nab。



**【例题1】**一个班有48人，班主任在班会上问：“谁做完语文作业？请举手！”有37人举手。又问：“谁做完数学作业？请举手！”有42人举手。最后问：“谁语文、数学作业都没有做完？”没有人举手。求这个班语文、数学作业都完成的人数。

分析 完成语文作业的有37人，完成数学作业的有42人，一共有37＋42=79人，多于全班人数。这是因为语文、数学作业都完成的人数在统计做完语文作业的人数时算过一次，在统计做完数学作业的人数时又算了一次，这样就多算了一次。所以，这个班语文、数作业都完成的有：79－48=31人。

**练习1：**学校文艺组每人至少会演奏一种乐器，已知会拉手风琴的有24人，会弹电子琴的有17人，其中两种乐器都会演奏的有8人。这个文艺组一共有多少人？

**【例题2】**某班有36个同学在一项测试中，答对第一题的有25人，答对第二题的有23人，两题都答对的有15人。问多少个同学两题都答得不对？

分析与解答：已知答对第一题的有25人，两题都答对的有15人，可以求出只答对第一题的有25－15=10人。又已知答对第二题的有23人，用只答对第一题的人数，加上答对第二题的人数就得到至少有一题答对的人数：10＋23=33人。所以，两题都答得不对的有36－33=3人。

**练习2：**某校选出50名学生参加区作文比赛和数学比赛，结果3人两项比赛都获奖了，有27人两项比赛都没有获奖。已知作文比赛获奖的有14人，问数学比赛获奖的有多少人？

**【例题3】**某班有56人，参加语文竞赛的有28人，参加数学竞赛的有27人，如果两科都没有参加的有25人，那么同时参加语文、数学两科竞赛的有多少人？

分析与解答：要求两科竞赛同时参加的人数，应先求出至少参加一科竞赛的人数：56－25=31人，再求两科竞赛同时参加的人数：28＋27－31=24人。

**练习3：**三年级一班参加合唱队的有40人，参加舞蹈队的有20人，既参加合唱队又参加舞蹈队的有14人。这两队都没有参加的有10人。请算一算，这个班共有多少人？

**【例题4】**在1到100的自然数中，既不是5的倍数也不是6的倍数的数有多少个？

分析与解答：从1到100的自然数中，减去5或6的倍数的个数。从1到100的自然数中，5的倍数有100÷5=20个，6的倍数有16个（100÷6=16……4），其中既是5的倍数又是6的倍数（即5和6的公倍数）的数有3个（100÷30=3……10）。因此，是6或5的倍数的个数是16＋20－3=33个，既不是5的倍数又不是6的倍数的数的个数是：100－33=67个。

**练习4：**五（1）班做广播操，全班排成4行，每行的人数相等。小华排的位置是：从前面数第5个，从后面数第8个。这个班共有多少个学生？

**【例题5】**光明小学举办学生书法展览。学校的橱窗里展出了每个年级学生的书法作品，其中有24幅不是五年级的，有22幅不是六年级的，五、六年级参展的书法作品共有10幅，其他年级参展的书法作品共有多少幅？

分析与解答：由题意知，24幅作品是一、二、三、四、六年级参展作品的总数，22幅是一、二、三、四、五年级参展作品的总数。24＋22=46幅，这是一个五、六年级和两个一、二、三、四年级参展的作品数，从其中去掉五、六两个年级共参展的10幅作品，即得到两个一、二、三、四年级参展作品的总数，再除以2，即可求出其他年级参展作品的总数。（24＋22－10）÷2=18幅。

**练习5：**实验小学举办学生书法展，学校的橱窗里展出每个年级学生的书法作品，其中有28幅不是五年级的，有24幅不是六年级的，五、六年级参展的书法作品共有20幅。一、二年级参展的作品总数比三、四年级参展作品的总数少4幅。一、二年级参展的书法作品共有多少幅？