

第13讲 优化

班级： 姓名



一、烙饼问题（锅能同时放多张饼，最短用时）

1. 基础：一次烙2张，两面都要烙

饼数=1：2面时间

饼数 ≥ 2 ：双数直接2张一组；单数先3张最优方案，剩下双张分组

2. 公式：最短时间=饼的张数 $\times$ 每面用时（一次最多烙2张）

例题：烙饼、煎蛋、烤牛排

二、排队等候问题（等候时间最少）

核心规则

只有1个服务点：用时短的先做，所有人等候总和最小

公式：总等候时间=短时间 $\times$ 人数差依次相加

例题：打水、理发、看病、结账、卸货

三、打电话问题（也常称倍增通知问题、消息传播问题）

属于统筹优化问题大类，和烙饼问题同属合理安排、时间优化专题。

一、题型定义

已知：每分钟每人最多通知1人，接到通知的人下一分钟也可以帮忙一起通知别人。

求：通知完指定人数，最少需要几分钟。

核心规律：每一分钟，知道消息的总人数都会翻倍（倍增原理）。

二、核心公式与规律（必记）

设时间为 n 分钟：

1. 包括老师在内，所有知道消息的总人数： 2^n 人

2. 被通知到的学生人数： $2^n - 1$ 人（减去最初发通知的老师）

自学探究

用一只平底锅烙饼，每次最多能烙两张饼。两面都要烙，每面需要3分。

现要烙5张饼，至少需要多少分？请你画图表表示出需要的时间。



烙饼问题

例题 1 小吃店用一个平底锅烙饼，每次能同时烙 3 张饼，烙一张饼正、反面各需 3 分钟。烙 3 张饼需要多少分钟？烙 4 张饼需要多少分钟？烙 5 张饼需要多少分钟？如果全班每人一张饼，烙 43 张饼至少需要用多少分钟？

例题 2 烤面包时，烤正面要 2 分，烤反面只要 1 分。乐乐用的烤面包箱一次只能放两片面包，她每天早上要吃三片面包，那么最少需要多少分？



巩固练习 1

1、周末的早上，阳阳要烙饼，一个平底锅每次最多只能烙 3 个饼，用它烙 1 个饼需要 4 分（正面、反面各 2 分）。烙 7 个饼至少需要几分？

2、小吃店用一个平底锅烙饼，每次能同时烙 4 张饼，烙一张饼正、反面各需 3 分钟。现在正好有 18 名顾客等待，要让这些顾客每人吃 1 整张饼，至少需要多长时间？

3、每张饼正面需 3 分钟，反面需 1 分钟，锅一次最多烙 2 张，烙熟 3 张饼最短用时？

4、妈妈用一个平底锅煎鱼，每次最多能煎 2 条，两面都要煎，每煎好一条鱼需要 5 分（正面 3 分，反面 2 分），那么煎好 10 条鱼至少需要多少分？（请先画一画示意图，再解决问题。）



排队等候

例题 3 理发店只有 1 个理发师，甲理发 10 分钟，乙理发 5 分钟，丙理发 3 分钟。怎样安排顺序，三人等候时间总和最少？最少等候总和是多少？全部理完要多久？

例题 4 两个水龙头，四人打水时间：2、3、5、7 分钟，如何分组使所有人等候总时间最少？四人打完水共计用时多少分钟？



巩固练习 2

1、水龙头只有 1 个，洗苹果 2 分钟，洗草莓 1 分钟，洗葡萄 4 分钟。三人同时来洗，求最少等候总时间。

2、 医务室只有 1 名医生，A 打针 4 分钟，B 换药 1 分钟，C 包扎 6 分钟。怎么安排顺序？等候总时间最少是多少？

3、 复印机一台，复印文件分别要 2 分钟、6 分钟、3 分钟。三人同时复印，求等候时间总和最小值。

4、 码头只有一条卸货通道，大船卸货 8 小时，小船 2 小时，中船 5 小时。三艘船同时到港，按什么顺序卸货，三艘船等候时间总和最小？总和是多少？

5、 有甲、乙两个水龙头，五人打水时间：2、3、5、7、8 分钟，怎样安排打水的顺序，使所有人的总时间（等候+打水）最短？最短的总时间是多少？



13.3

打电话问题

例题 5 一个细胞一分钟分裂为 2 个（原细胞不复存在）再过一分钟，每个细胞又分别分裂为 2 个，照这样规律分裂，4 分钟后分裂成了多少个细胞，注意裂变后原细胞不复存在哦。请把这个过程用图表示出来。

例题 6 由于天气原因，某登山社团组织的户外活动不能如期举行，社长需要尽快通知社团里的 20 位社员，如果一对一打电话每分钟通知一人，那么最少需要多少分钟可以通知到每一位社员。

例题 7 一个合唱队有 40 人，现有一个紧急演出，张老师需要用打电话的方式尽快通知到每一个队员。如果每分钟通知 1 人，张老师已经打了 5 分钟电话，这时最少还有多少人人没有接到通知。



巩固练习 3

1、周红和她的同学们在一次科学课上了解到，有一种寄生虫每分裂一次要用 3 分钟，分裂后由 1 只变成 2 只，一只这样的寄生虫 18 分钟后能变成多少只寄生虫。

2. 学校啦啦操受邀参加“川超”演出活动，因为时间紧迫，老师需要尽快通知到每一名队员，如果采用打电话的方式，每分钟通知 1 人，要通知到啦啦操的 66 名队员，最少需要多少分钟。

3. 王老师有事要用打电话的方式通知同学。如果每分钟打电话通知 1 人，那么 4 分钟最多通知几个同学？（请用画图的方法表示出你的想法。）

4、学校组织 60 名队员到安阳殷墟博物馆进行研学，因出发时间提前，老师需要尽快通知到每个队员，如果用打电话的方式，每分钟通知 1 人，5 分钟后还有多少人没有接到通知？

5、学校围棋队有 30 名队员，暑假突然有一个紧急的比赛任务，老师通知两位队长，两位队长再分别通知两名队员，依此类推，每人再通知两个人。每同时通知两个人共需 1 分。

（1）画图表示联络方式。

时间/分	示意图	通知到的队员数
1	<	2
2		
3		

（2）我发现的规律：

- ①时间每增加 1 分，增加的人数是前一次通知人数的（ ）倍；
 ②n 分通知到的同学数比前（n-1）分通知到的同学数的（ ）倍还多（ ）人。

（3）通知 30 名队员共需要多少分？如果有 62 名队员，需要多长时间才能通知完？

6、足球队有紧急任务，需要尽快通知到全体 16 名小队员。如果打电话联系，假设每打一个电话需要 2 分钟。从教练打电话到每个队员都接到通知，下面这几种方法各需要多少分钟？哪种方法最节约时间？你还有其他更省时的方法吗？



教练

我可以依次给每个队员打电话。

分成 2 个小队，教练先给 2 个小队长打电话，然后……



小刚

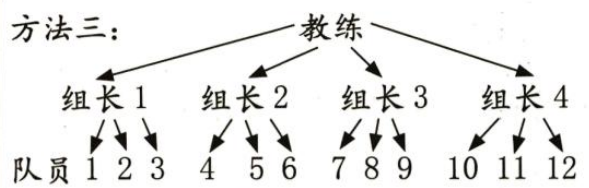
方法一：

教练 → 队员 1 → …… → 队员 16

方法二：

教练 → 队长 1 → 队员 1 → …… → 队员 7
 教练 → 队长 2 → 队员 8 → …… → 队员 14

方法三：



小江

我认为应该分成 4 个小组，教练先给每个组长打电话，每个组长再通知下属队员。